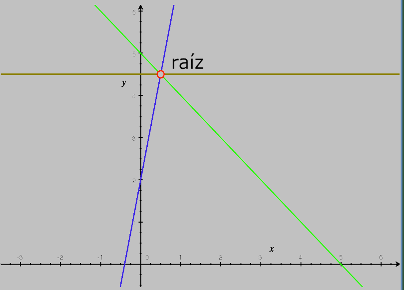

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ l_{2,1} & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n,1} & l_{n,2} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & \cdots & u_{1,n} \\ 0 & u_{2,2} & \cdots & u_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & u_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}$$

$$z_i = y_i - \left[\sum_{j=1}^{i-1} l_{i,j} z_j \right]$$

Universidad Autónoma del Estado de México
Centro Universitario UAEM Zumpango

Ingeniería en Computación

Cálculo Numérico

Unidad de Competencia III
Sistemas Lineales, Tema 1
Método de Gauss

M. en C. Rafael Rojas Hernández
rrojas.uaemex@gmail.com

septiembre, 2018

Estructura de la Unidad de Aprendizaje

1. Análisis de error
2. Raíces de ecuaciones lineales
3. **Sistemas Lineales**
4. Diferenciación e Integración
5. Ecuaciones diferenciales ordinarias

Objetivo de la Unidad de Competencia

Aplicar los métodos numéricos al construir algoritmos para resolver sistemas de ecuaciones lineales.

Conocimientos

- Utiliza los métodos de Eliminación Gaussiana, Factorización de LU e iterativos de Jacobi y Gauss-Seidel para resolver sistemas de ecuaciones lineales.
- Diseña aplicaciones de software para encontrar soluciones de ecuaciones lineales por los métodos aprendidos.
- Selecciona el método más adecuado para resolver sistemas de ecuaciones lineales.

Habilidades

- Utiliza aplicaciones de software para resolver sistemas de ecuaciones lineales.
- Soluciona problemas prácticos modelados sistemas de ecuaciones lineales.

Actitudes y valores

Selecciona métodos apropiados.
Explica conceptos.
Propone soluciones.
Resuelve problemas.
Pone en práctica los conocimientos adquiridos.
Actúa conforme a un plan.

Los sistemas de ecuaciones lineales se utilizan en muchos problemas de ingeniería y de las ciencias, así como en aplicaciones de las matemáticas a las ciencias sociales y al estudio cuantitativo de problemas de administración y economía.

$$
\begin{aligned}
E_1 : \; a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
E_2 : \; a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &= b_2 \\
&\vdots \\
E_n : \; a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n &= b_n
\end{aligned}
$$

Para $x_1, \ldots, x_n$, dadas las a_{ij} con $i, j = 1, 2, \ldots, n$. Estas técnicas son métodos directos que proporcionan una respuesta en un número fijo de pasos y sólo estan sujetos a los errores de redondeo.

Utilizaremos tres operaciones para simplificar el sistema lineal:

1. La ecuación E_i puede multiplicarse por una constante λ distinta de cero y la ecuación resultante se emplea en vez de E_i, $(\lambda E_i) \to (E_i)$.
2. La ecuación puede multiplicarse por cualquier constante λ y sumarse a la ecuación E_i, la ecuación resultante se emplea en vez de E_i, $(E_i + \lambda E_j) \to (E_i)$.
3. El orden de las ecuaciones E_i y E_j puede cambiarse, $(E_i) \leftrightarrow (E_j)$.

Con las series de operaciones que acabamos de incluir, podemos transformar un sistema lineal en otro que puede resolverse más fácilmente con las mismas soluciones.

La eliminación de Gauss es el método que se utiliza en forma más amplia para resolver un conjunto de ecuaciones lineales. Tomando el conjunto de ecuaciones donde el número de incognitas es igual al número de ecuaciones, que es la forma más usual de un conjunto de ecuaciones lineales. Si estos números son distintos, pueden existir las soluciones, pero esto debe estudiarse con más cuidado.

Cuando al menos uno de los términos libres del sistema de ecuaciones es distinto de cero, se dice que el conjunto es no homogéneo. La eliminación de Gauss se aplica se aplica sólo al caso de los conjuntos no homogéneos de ecuaciones.

No siempre puede ser fácil la solución de un conjunto de ecuaciones lineales, debido al hecho de que quizá no tenga una solución única. Aunque tuviera una solución única, la solución calculada puede ser inexacta en el caso de un problema mal condicionado.

Consideremos un problema ideal en el que el conjunto de ecuaciones tiene una solución única y no aparece ninguna dificultad en el proceso de solución. La eliminación de Gauss consiste en:

- Eliminación hacia adelante.
- Sustitución hacia atrás.

La primera ecuación se múltiplica por $\frac{a_{21}}{a_{11}}$ y se le resta a la segunda ecuación para eliminar el primer término de la segunda ; de la misma forma, el primer término de las ecuaciones restantes, $i > 2$, se elimina restando la primera ecuación multiplicada por $\frac{a_{i1}}{a_{11}}$.

$$
\begin{array}{rcl}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n & = & b_1 \\
a'_{22}x_2 + a'_{23}x_3 + \cdots + a'_{2n}x_n & = & b'_2 \\
a'_{32}x_2 + a'_{33}x_3 + \cdots + a'_{3n}x_n & = & b'_3 \\
& \vdots & \\
a'_{n2}x_2 + a'_{n3}x_3 + \cdots + a'_{nn}x_n & = & b'_n
\end{array}
$$

donde $a'_{ij} = a_{ij} - \frac{a_{i1}}{a_{11}}a_{1j}$.

El segundo término de cada una de las ecuaciones, desde la tercera hasta la última, $i > 2$, se elimina restando la segunda ecuación multiplicada por $\frac{a'_{i2}}{a'_{22}}$. En este paso, se eliminan los terceros términos, desde la cuarta hasta la última. Al finalizar este proceso de eliminación hacia adelante, el conjunto de ecuaciones se verá de la siguiente forma:

$$\begin{array}{rcl}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots + a_{1n}x_n & = & b_1 \\
a'_{22}x_2 + a'_{23}x_3 + \cdots + a'_{2n}x_n & = & b'_2 \\
a''_{33}x_3 + \cdots + a''_{3n}x_n & = & b''_3 \\
& \vdots & \\
a_{nn}^{n-1}x_n & = & b_n^{n-1}
\end{array}$$

El procedimiento de sustitución hacia atrás comienza con la última ecuación. Se obtiene la solución de x_n en la última ecuación:

$$x_n = \frac{b_n^{n-1}}{a_{nn}^{n-1}}$$

Sucesivamente,

$$\begin{aligned} x_{n-1} &= \frac{\left[b_{n-1}^{n-2} - a_n^{n-1,n} x_n\right]}{a_{n-1,n-1}^{n-2}} \\ &\vdots \\ x_1 &= \frac{\left[b_1 - \sum_{j=2}^{n} a_{1j} x_j\right]}{a_{11}} \end{aligned}$$

Con esto se completa la eliminación de Gauss.

Ejemplo 1: Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.

$$
\begin{gathered}
3x + 2y + z = 1 \\
5x + 3y + 4z = 2 \\
x + y - z = 1
\end{gathered}
$$

Ejemplo 1: Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{gathered} 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{gathered}$$

De forma matricial se representa.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

Ejemplo 1: Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.

$$
\begin{gathered}
3x + 2y + z = 1 \\
5x + 3y + 4z = 2 \\
x + y - z = 1
\end{gathered}
$$

De forma matricial se representa.

$$
\left(\begin{array}{ccc|c}
3 & 2 & 1 & 1 \\
5 & 3 & 4 & 2 \\
1 & 1 & -1 & 1
\end{array}\right)
$$

Se tiene que llegar a tener una matriz de la forma:

$$
\left(\begin{array}{ccc|c}
a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\
\square & a_{22} & a_{23} & b_2 \\
\square & \square & a_{33} & b_3
\end{array}\right)
$$

Hacer que la diagonal principal tenga los valores mayores, intercambiar fila 1 por fila 3.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right) \rightarrow (f3 \leftrightarrow f1) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 4 & 2 \end{array}\right)$$

Hacer que la diagonal principal tenga los valores mayores, intercambiar fila 1 por fila 3.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{array}\right) \to (f3 \leftrightarrow f1) \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 4 & 2 \end{array}\right)$$

Para lograr los ceros en la primera columna debajo de la diagonal principal; multiplicar por 3 la fila 1 y restarla a la fila 2, y multiplicar por 5 la fila 1 y restarla a la fila 3.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 4 & 2 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{c} f2 - 3f1 \\ f3 - 5f1 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 9 & -3 \end{array}\right)$$

Ahora es necesario hacer los ceros de la segunda columna; multiplicar por 2 la fila 2 y restarla a la fila 3.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 9 & -3 \end{array}\right) \rightarrow (f3 - 2f2) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

Ahora es necesario hacer los ceros de la segunda columna; multiplicar por 2 la fila 2 y restarla a la fila 3.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 9 & -3 \end{array}\right) \rightarrow (f3-2f2) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

Se tiene ya la matriz con ceros, el sistema de ecuaciones se puede ver como:

$$\begin{gathered} x+y-z=1 \\ -y+4z=-2 \\ z=1 \end{gathered}$$

De la ecuación 3, $z = 1$; para determinar el valor de y se sustituye z en la ecuación 2 y se despeja y.

$$-y + 4(1) = -2 \rightarrow y = 2 + 4 \rightarrow y = 6$$

De la ecuación 3, $z = 1$; para determinar el valor de y se sustituye z en la ecuación 2 y se despeja y.

$$-y + 4(1) = -2 \rightarrow y = 2 + 4 \rightarrow y = 6$$

Finalmente se sustituye y y z en la ecuación 1 para despejar a x.

$$x + (6) - (1) = 1 \rightarrow x = 1 - 6 + 1 \rightarrow x = -4$$

De la ecuación 3, $z = 1$; para determinar el valor de y se sustituye z en la ecuación 2 y se despeja y.

$$-y + 4(1) = -2 \rightarrow y = 2 + 4 \rightarrow y = 6$$

Finalmente se sustituye y y z en la ecuación 1 para despejar a x.

$$x + (6) - (1) = 1 \rightarrow x = 1 - 6 + 1 \rightarrow x = -4$$

Resultado:

$$\begin{gathered} x = -4 \\ y = 6 \\ z = 1 \end{gathered}$$

Ejemplo 2: Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.

$$-x + y + 3z = -2$$
$$4x + 2y - z = 5$$
$$2x + 4y - 7z = 1$$

Ejemplo 2: Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{aligned}
&-x + y + 3z = -2\\
&4x + 2y - z = 5\\
&2x + 4y - 7z = 1
\end{aligned}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c}
-1 & 1 & 3 & -2\\
4 & 2 & -1 & 5\\
2 & 4 & -7 & 1
\end{array}\right)$$

Ejemplo 2: Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{array}{l} -x+y+3z=-2 \\ 4x+2y-z=5 \\ 2x+4y-7z=1 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 3 & -2 \\ 4 & 2 & -1 & 5 \\ 2 & 4 & -7 & 1 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{c} f2+4f1 \\ 2f3-f2 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 6 & 11 & -3 \\ 0 & 6 & -13 & -3 \end{array}\right)$$

Ejemplo 2: Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.

$$
\begin{array}{l}
-x + y + 3z = -2 \\
4x + 2y - z = 5 \\
2x + 4y - 7z = 1
\end{array}
$$

$$
\left(\begin{array}{ccc|c}
-1 & 1 & 3 & -2 \\
4 & 2 & -1 & 5 \\
2 & 4 & -7 & 1
\end{array}\right)
$$

$$
\left(\begin{array}{c} f2 + 4f1 \\ 2f3 - f2 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c}
-1 & 1 & 3 & -2 \\
0 & 6 & 11 & -3 \\
0 & 6 & -13 & -3
\end{array}\right)
$$

$$
\left(\begin{array}{c} f3 - f3 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c}
-1 & 1 & 3 & -2 \\
0 & 6 & 11 & -3 \\
0 & 0 & -24 & 0
\end{array}\right)
$$

Sistema de ecuaciones reducido:

$$-x + y + 3z = -2$$
$$6y + 11z = -3$$
$$-24z = 0$$

Sistema de ecuaciones reducido:

$$
\begin{array}{l}
-x + y + 3z = -2 \\
6y + 11z = -3 \\
-24z = 0
\end{array}
$$

Resultado:

$$
\begin{array}{c}
x = \frac{3}{2} \\
y = -\frac{1}{2} \\
z = 0
\end{array}
$$

Algoritmo de Gauss

Data: número de incógnitas y ecuaciones n; matriz aumentada $A = (a_{ij})$ donde $1 \leq i \leq n$ y $1 \leq j \leq n+1$

Result: solución $x_1, x_2, \dots, x_n$ o mensaje de que el sistema lineal no tiene solución única

for $i = 1, \dots, n$ **do**
    $p = a_{i,i}$ "pivote";
    for $j = i, \dots, n+1$ **do**
        $a_{i,j} = \frac{a_{i,j}}{p}$;
    for $k = i, \dots, n$ **do**
        if $k > i$ **then**
            $c = a_{k,i}$;
            for $j = i, \dots, n+1$ **do**
                $a_{k,j} = a_{k,j} - (ca_{ij})$;

$x_n = a_{n-1,n}$

Algoritmo de Gauss

for $i = n-1, \ldots, 1$ **do**
    $s = 0;$
    for $l = i+1, \ldots, n-1$ **do**
        $s = s + (a_{i,l} x_l);$
    $x_i = a_{i,n} - s;$

Output: Procedimiento terminado x_i

Algoritmo de Gauss

Data: número de incógnitas y ecuaciones n; matriz aumentada $A = (a_{ij})$ donde $1 \leq i \leq n$ y $1 \leq j \leq n+1$

Result: solución $x_1, x_2, \ldots, x_n$ o mensaje de que el sistema lineal no tiene solución única

for $i = 1, \ldots, n-1$ **do**
    if *pivote no existe* **then**
        Output: No existe solución única
        ;
    if $p \neq i$ **then**
        $(E_p) \leftrightarrow (E_i)$;
    for $j = i+1, \ldots, n$ **do**
        $m_{ij} = \frac{a_{ij}}{a_{ii}}$;
        $(E_j - m_{ji}) \rightarrow (E_j)$;
    if $a_{nn} = 0$ **then**
        Output: No existe solución

Algoritmo de Gauss

$x_n = \frac{a_{n,n+1}}{a_{nn}}$;

for $i = n-1, \dots, 1$ **do**

  $x_i = \frac{a_{i,n+1} - \sum_{j=i+1} n a_{ij} x_j}{a_{ii}}$;

Output: Procedimiento terminado exitosamente $(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Ejemplo 3 (Sistema indeterminado).
Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{gathered}2x - 5y + 4z + u - v = -3\\ x - 2y + z - u + v = 5\\ x - 4y + 6z + 2 + v = 10\end{gathered}$$

Ejemplo 3 (Sistema indeterminado).
Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{gathered} 2x-5y+4z+u-v=-3 \\ x-2y+z-u+v=5 \\ x-4y+6z+2+v=10 \end{gathered}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -5 & 4 & 1 & -1 & -3 \\ 1 & -2 & 1 & -1 & 1 & 5 \\ 1 & -4 & 6 & 2 & 1 & 10 \end{array}\right)$$

Ejemplo 3 (Sistema indeterminado).
Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{gathered} 2x - 5y + 4z + u - v = -3 \\ x - 2y + z - u + v = 5 \\ x - 4y + 6z + 2 + v = 10 \end{gathered}$$

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -5 & 4 & 1 & -1 & -3 \\ 1 & -2 & 1 & -1 & 1 & 5 \\ 1 & -4 & 6 & 2 & 1 & 10 \end{array}\right)$$

$$(f2 \leftrightarrow f1) \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & 1 & -1 & 1 & 5 \\ 2 & -5 & 4 & 1 & -1 & -3 \\ 1 & -4 & 6 & 2 & 1 & 10 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{c} f2-2f1 \\ f3-f1 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & 1 & -1 & 1 & 5 \\ 2 & -5 & 4 & 1 & -1 & -3 \\ 1 & -4 & 6 & 2 & 1 & 10 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{c} f2-2f1 \\ f3-f1 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & 1 & -1 & 1 & 5 \\ 2 & -5 & 4 & 1 & -1 & -3 \\ 1 & -4 & 6 & 2 & 1 & 10 \end{array}\right)$$

$$(f3-2f2) \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & 1 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & 2 & 3 & -3 & -13 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 6 & 31 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} f2-2f1 \\ f3-f1 \end{pmatrix} \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & 1 & -1 & 1 & 5 \\ 2 & -5 & 4 & 1 & -1 & -3 \\ 1 & -4 & 6 & 2 & 1 & 10 \end{array}\right)$$

$$(f3-2f2) \rightarrow \left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & -2 & 1 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & 2 & 3 & -3 & -13 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & 6 & 31 \end{array}\right)$$

Se obtiene $z-3u+6v031$.
En este caso damos valores cualquiera a u y v, luego se hallan los valores correspondientes de z, y y x , todos ellos en función de u y v. Se trata de un sistema compatible indeterminado.

Ejemplo 4 (Sistema indeterminado).
Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{array}{r} x+y-z=1 \\ 3x+2y+z=1 \\ 5x+3y+4z=2 \\ -2x-y+5z=6 \end{array}$$

Ejemplo 4 (Sistema indeterminado).
Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{gathered} x+y-z=1 \\ 3x+2y+z=1 \\ 5x+3y+4z=2 \\ -2x-y+5z=6 \end{gathered}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & & 1 \\ 3 & 2 & 1 & & 1 \\ 5 & 3 & 4 & & 2 \\ -2 & -1 & 5 & & 6 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} f2 - 3f1 \\ f3 - 5f1 \\ f4 + 2f1 \end{pmatrix} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 9 & -3 \\ 0 & 1 & 3 & 8 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} f2-3f1 \\ f3-5f1 \\ f4+2f1 \end{pmatrix} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 9 & -3 \\ 0 & 1 & 3 & 8 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} f3-2f2 \\ f4+f2 \end{pmatrix} \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 7 & 6 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} f2-3f1 \\ f3-5f1 \\ f4+2f1 \end{pmatrix} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 9 & -3 \\ 0 & 1 & 3 & 8 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} f3-2f2 \\ f4+f2 \end{pmatrix} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 7 & 6 \end{array}\right)$$

$$(f4-7f3) \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} f2-3f1 \\ f3-5f1 \\ f4+2f1 \end{pmatrix} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -2 \\ 0 & -2 & 9 & -3 \\ 0 & 1 & 3 & 8 \end{array}\right)$$

$$\begin{pmatrix} f3-2f2 \\ f4+f2 \end{pmatrix} \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 7 & 6 \end{array}\right)$$

$$(f4-7f3) \to \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{array}\right)$$

Incompatibilidad: $0=-1$. Este sistema es pues incompatible.

Ejercicios: Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones:

1. $$\begin{array}{c} 2x + 6y + z = 7 \\ x + 2y - z = -1 \\ 5x + 7y - 4z = 9 \end{array}$$
2. $$\begin{array}{c} 2x - 3y = 8 \\ 4x - 5y + z = 15 \\ 2x + 4z = 1 \end{array}$$
3. $$\begin{array}{c} x + y - z = 2 \\ 3x + 3y + z = 2 \\ x + z = 0 \end{array}$$
4. $$\begin{array}{c} 2x - y = 0 \\ -x + 2y - z = 0 \\ -y + 2z - t = 0 \\ -z + 2t = 5 \end{array}$$
5. $$\begin{array}{c} x + y + z = 0 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ 3x + 5y + 7z = 1 \end{array}$$

Respuestas:

1. $$\begin{aligned} x &= 10 \\ y &= -3 \\ z &= 5 \end{aligned}$$
2. $$\begin{aligned} x &= \frac{17}{2} \\ y &= 3 \\ z &= -4 \end{aligned}$$
3. $$\begin{aligned} x &= 1 \\ y &= 0 \\ z &= -1 \end{aligned}$$
4. $$\begin{aligned} t &= 4 \\ x &= 1 \\ y &= 2 \\ z &= 3 \end{aligned}$$
5. No existe solución

1. La eliminación de Gauss consiste en la eliminación hacia adelante y la sustitución hacia atrás. La primera se lleva a cabo utilizando un arreglo formado por los coeficientes y los términos libres.

Bibliografía

- Chapra, S. C., Canale R.P., *Métodos numéricos para ingenieros con aplicaciones en computadoras personales*, 5a. Edición, México, McGraw-Hill, 2006, ISBN 9780073401102.
- Richard, L. B., *Análisis Numérico*, 7a Edición, México, International Thomson Editores, 2002, ISBN 9706861343.
- Nakamura S., *Métodos numéricos aplicados con software*, México, Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A., 1992, ISBN 9688802638
- Nakamura S., *Análisis numérico y visualización gráfica con MATLAB*, 1a Edición, México, Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A., 1997, ISBN 9688808601.

Bibliografía

- Nieves H. A., Domínguez S. F., *Métodos numéricos aplicados a la ingeniería*, 1a Edición, México, Compañía editorial Continental S.A. de C.V., 1995, ISBN 9682606292.
- Kincaid D., Cheney, W., *Análisis Numérico*, México, Addison Wesley Iberoamericana, 1994, ISBN 9780201601305.
- Melvin J. M., López J., *Análisis Numérico: Un enfoque práctico*, 3a Edición, México, Compañía editorial Continental S.A. de C.V., ISBN 9682612519.